

令和8年度第1次募集

令和7年10月入学

ソフトウェア情報学研究科 博士前期課程

筆記試験（数学，専門科目）

注 意 事 項

1. 筆記試験は，数学，専門科目からなります．試験時間は90分です．各自が時間配分をして取り組みなさい．
2. この冊子は，3ページあります．
3. 数学の解答用紙2枚，専門科目の解答用紙1枚それぞれに，氏名，受験番号を必ず記入しなさい．
4. 試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい．

1**以下の設問に答えなさい。**

※ すべての解答には詳細な導出過程も記すこと。

[設問 1] 点の集合 V , 辺の集合 E からなる無向グラフ G を, $G = (V, E)$ と表す. このとき, E に含まれる辺は点集合の 2 つの元を要素とする集合として表される.

$$\text{例: } G = (V, E), \quad V = \{1, 2, 3, 4\}, \quad E = \{\{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}\}$$

以降はこの無向グラフのなかで, 自己ループも多重辺も持たないグラフ, すなわち単純グラフのみを扱うこととする. このグラフの点に対して接合する辺の本数を“次数”といい, 点 $v \in V$ の次数を $\deg(v)$ と表す. 集合 A の要素数を $|A|$ と表す.

どの 2 点についても辺をたどってたどり着けるようなグラフを連結グラフという.

$G = (V, E)$ について $|V| = n > 1$ であるとき, 以下の (1)~(3) の問いに答えなさい.

- (1) G が連結グラフでないとき, 辺の総数が最小になる場合, 辺の総数を答えなさい.
- (2) G が連結グラフであるとき, 辺の総数が最小になる場合, 最大になる場合それぞれについて, 辺の総数を n を用いた式で答えなさい.
- (3) G が連結グラフであるとき, 辺の総数が最小になり, かつ $\max_{v \in V} \deg(v)$ が最大になる場合について, $\max_{v \in V} \deg(v)$ を n を用いた式で答えなさい.

[設問 2] 次の行列 A について, 以下の (1) と (2) の問いに答えなさい.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- (1) A の逆行列を求めなさい.
- (2) A の固有値すべてと, それらに対応する固有ベクトルをそれぞれ求めなさい.

[設問 3] 以下の (1)～(3) の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $f(x) = \cos 2x$ の n 階導関数 $f^{(n)}(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) について、次式が成り立つことを数学的帰納法を用いて証明しなさい。

$$f^{(n)}(x) = 2^n \cos \left(2x + \frac{n\pi}{2} \right)$$

- (2) 関数 $f(x) = \cos 2x$ を $x = 0$ の周りで Taylor 展開しなさい。ただし、 $f^{(n)}(0)$ を明示すること。
 (3) 次の広義積分の値を求めなさい。

$$\int_0^1 (\log x)^2 dx$$

[設問 4] 缶詰 1 個の重さは、互いに独立である「内容」と「缶」の重さの合計である。その内容の重さは平均 400(g)、標準偏差 $\sqrt{3}$ (g) の正規分布に従い、その缶の重さは平均 20(g)、標準偏差 1(g) の正規分布に従う。このとき、以下の (1)～(4) の問いに答えなさい。ただし、確率の近似計算には、表 1 に示す標準正規分布の上側パーセント点を用いなさい。

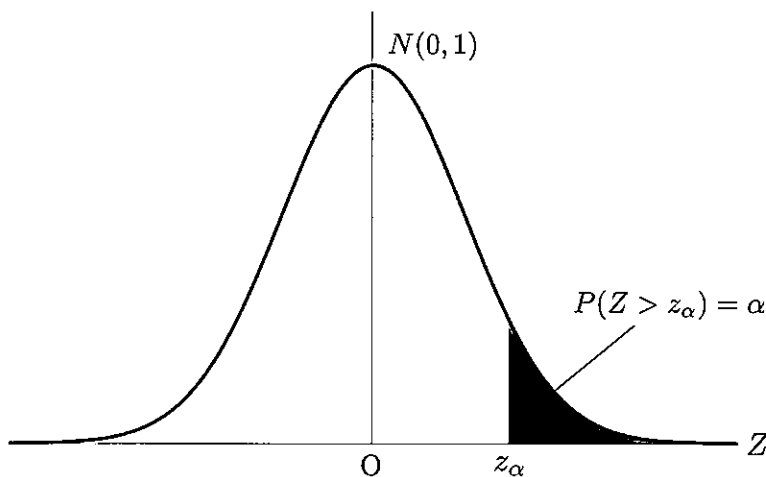


表 1 標準正規分布の上側パーセント点

α	0.159	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
z_α	1.00	1.28	1.65	1.96	2.33	2.58

- (1) 缶詰 1 個の重さの平均を求めなさい。
 (2) 缶詰 1 個の重さの標準偏差を求めなさい。
 (3) 缶詰 1 個の重さに対する 95% 信頼区間を求めなさい。
 (4) 無作為に選んだ缶詰 1 個の重さが 418(g) 未満となる確率を求めなさい。

2 以下の設問に答えなさい。

9 個のデータからなる，初期状態が図 1 の配列 A を昇順にソートする。

A[0]	A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]	A[6]	A[7]	A[8]
52	36	35	47	75	10	98	29	27

図 1 配列 A の初期状態

[設問 1] 単純挿入法でのソートを考える。以下の (1) と (2) の問いに答えなさい。

- (1) 1 回目の挿入処理が行われると，配列 A の状態は以下になる。このとき，どのようにして対象となるデータが選択され，挿入が行われたのか，その処理過程を答えなさい。

36, 52, 35, 47, 75, 10, 98, 29, 27

- (2) 初期状態から 4 回分の挿入結果に対応する配列 A の状態を，1 回目の挿入結果も含め，順番にすべて答えなさい。ただし，各挿入結果には，自分自身を部分列の末尾に挿入するといった，見た目が変化しないものは含めないものとする。

[設問 2] クイックソート法でのソートを考える。クイックソート法においては，特定の処理により，配列を左部分配列と右部分配列の 2 つに分割し，分割した各部分配列に対して，随時，同一の処理を再帰的に適用していくことでソートが行われる。この特定の処理の内部では pivot が用いられ，この pivot の値は対象となる部分配列に合わせて変化するが，最初の処理，すなわち，配列全体を対象とする場合の処理における pivot の値は 75 とする。以下の (1) と (2) の問いに答えなさい。

- (1) 1 回目の置換処理が行われると，配列 A の状態は以下になる。このとき，どのようにして対象となるデータが選択され，置換が行われたのか，その処理過程を答えなさい。

52, 36, 35, 47, 27, 10, 98, 29, 75

- (2) 処理を継続し，最初の分割結果となる左部分配列と右部分配列をそれぞれ答えなさい。

[設問 3] 単純挿入法と比較して，クイックソート法が優れている点，劣っている点を，計算量やその他の観点から，それぞれ説明しなさい。