

令和 8 年度 一般選抜・前期

ソフトウェア情報学部

数 学 (120 分)

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この冊子は、4 ページあります。
- 3 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの脱落などがあった場合は、手を挙げて試験監督者に知らせなさい。
- 4 解答は、必ず**黒鉛筆**(シャープペンシルも可)で記入し、ボールペン・万年筆・定規などを使用してはいけません。
- 5 解答用紙には、氏名及び受験票と同じ受験番号を忘れずに記入しなさい。
- 6 解答は、必ず**解答用紙の指定された箇所に、途中の式なども省略せずに記入**しなさい。解答用紙の裏面に記入してはいけません。
- 7 問題文で指示がない場合、解答が分数や無理数になったときは、小数として表さず、既約分数や根号($\sqrt{\quad}$)を用いて答えなさい。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

1

以下の問いに答えなさい。

[問 1] 40320 と 15360 の最大公約数を答えなさい。

[問 2] 二進法で表された $10101.011_{(2)}$ を八進法と十進法で、それぞれ表しなさい。

[問 3] $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{9}{a_n^2} \ (n = 1, 2, 3, \dots)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ を考える。次の設問に答えなさい。

(1) $\log_3 a_2, \log_3 a_3, \log_3 a_4$ をそれぞれ求めなさい。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。

[問 4] 座標平面上の点 P の座標を $(3, 1)$ とする。原点 O を中心として反時計回りに、 $\frac{\pi}{2}$ 回転させた点の座標と $\frac{\pi}{4}$ 回転させた点の座標をそれぞれ答えなさい。

2

A と B の 2 チームが繰り返し試合を行ない、先に 2 連勝したチームを優勝とする。各試合は互いに独立であり、A、B が勝つ確率はそれぞれ $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$ である。 n を 2 以上の整数として、ちょうど n 試合目に A が優勝する確率を p_n とする。このとき、以下の問いに答えなさい。ただし、以下の確率は小数として表さず、既約分数を用いて表しなさい。

[問 1] ちょうど 3 試合目と 6 試合目に A が優勝する確率 p_3, p_6 をそれぞれ求めなさい。

[問 2] n が偶数のとき、 p_n を n を用いて表しなさい。

[問 3] n が奇数のとき、 p_n を n を用いて表しなさい。

[問 4] n 試合目またはそれより前に A が優勝する確率 c_n を n を用いて表しなさい。ただし、 c_n を表す式に $p_2, p_3, \dots$ を用いてはならない。

[問 5] どちらかが優勝するまで試合を行なった場合、最終的に A が優勝する確率を求めなさい。

3

空間に四面体 $OABC$ と点 D があり以下を満たす。

$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0, \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = 0, \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = 0, |\overrightarrow{OA}| = 12, |\overrightarrow{OB}| = 4, |\overrightarrow{OC}| = 3$$

また $0 < t < 1$ を満たす実数 t について、辺 AB を $t : (1 - t)$ に内分する点を P 、辺 OD を $t^2 : (1 - t^2)$ に内分する点を Q とする。このとき、以下の問いに答えなさい。

[問 1] $|\overrightarrow{BC}|, |\overrightarrow{OD}|$ をそれぞれ答えなさい。

[問 2] 四面体 $OABC$ の体積を求めなさい。

[問 3] $\overrightarrow{OQ}$ を $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, t$ を用いて表しなさい。

[問 4] 内積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ の最大値と、そのときの t の値をそれぞれ答えなさい。

4 0 以上の整数 n に対して,

$$a_n = \int_0^1 \frac{(1-x)^n}{n!} e^x dx$$

とする。このとき, 以下の問いに答えなさい。ただし, e は自然対数の底であり, $0! = 1$ とする。

[問 1] a_0 を求めなさい。

[問 2] 次の等式が成り立つことを証明しなさい。

$$a_{n+1} = a_n - \frac{1}{(n+1)!}$$

[問 3] 次の等式が成り立つことを証明しなさい。

$$a_n = e - \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$$

[問 4] $0 \leq x \leq 1$ のとき, 次の不等式が成り立つことを証明しなさい。

$$0 \leq a_n \leq \frac{e}{(n+1)!}$$

[問 5] 次の等式が成り立つことを証明しなさい。

$$e = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$$