

令和 8 年度 一般選抜・中期

ソフトウェア情報学部

数 学 (120 分)

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この冊子は、4 ページあります。
- 3 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの脱落などがあった場合は、手を挙げて試験監督者に知らせなさい。
- 4 解答は、必ず**黒鉛筆**(シャープペンシルも可)で記入し、ボールペン・万年筆・定規などを使用してはいけません。
- 5 解答用紙には、氏名及び受験票と同じ受験番号を忘れずに記入しなさい。
- 6 解答は、必ず**解答用紙の指定された箇所に、途中の式なども省略せずに記入**しなさい。解答用紙の裏面に記入してはいけません。
- 7 問題文で指示がない場合、解答が分数や無理数になったときは、小数として表さず、既約分数や根号($\sqrt{\quad}$)を用いて答えなさい。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

1 以下の問いに答えなさい。

[問 1] 正の整数 n に対して、次の命題が真となる最大の n を答えなさい。

(命題) $2026!$ は 7^n で割り切ることができる。

[問 2] 次の等式が x についての恒等式となるための a, b の条件を、 c を用いて表しなさい。

$$\frac{x^2 + ax + 4}{x + 2} = x + b + \frac{c}{x + 2}$$

[問 3] 実数 θ ($0 \leq \theta < 2\pi$) に対して、次の不等式を解きなさい。

$$\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta < 1$$

[問 4] $13x + 17y = 200$ を満たす 0 以上の整数の組 (x, y) を、すべて答えなさい。

2 自然数 a, r, n に対して、初項 a 、公比 r の等比数列の初項から第 n 項までの和を S_n とする。すなわち、

$$S_n = \sum_{k=1}^n ar^{k-1}$$

である。また、素数全体の集合を P とし、合成数全体の集合を C とする。このとき、以下の問いに答えなさい。ただし、素数とは、2 以上の自然数で、正の約数が 1 とその数自身のみとなる数であり、2 以上の素数でない自然数を合成数という。

[問 1] 集合 $P \cap C$ を求めなさい。

[問 2] $a = 1, r = 3$ のとき、 $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7$ の値を、それぞれ求めなさい。また、 $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7$ のうち、素数となるものを、すべて答えなさい。

[問 3] $a = 2, r = 3$ のとき S_8 の値を三進法で答えなさい。

[問 4] n が合成数のとき、すなわち、 $1 < p < n, 1 < q < n$ を満たす 2 つの自然数 p, q を用いて $n = pq$ と表すことができるとき、 S_n の約数に S_p が含まれることを証明しなさい。

3 xy 座標平面上に、曲線 $C_1: y = x^2$ と、中心の座標が $(0, t)$ で、半径 $r (r > 0)$ の円 C_2 があり、 C_1 と C_2 には共有点があるとする。このとき、以下の問いに答えなさい。

[問 1] $t = 1, r = 1$ のとき、 C_1 と C_2 の共有点を、すべて求めなさい。

[問 2] $r = 1$ のとき、 t の取り得る値の範囲を求めなさい。

[問 3] 任意の r に対して、 t の取り得る値の範囲を r を用いて表しなさい。

[問 4] $t > 0$ で、 C_1 と C_2 の共有点が 1 つとなる場合、 r の取り得る値の範囲を求めなさい。

4 以下の問いに答えなさい。ただし、 e は自然対数の底である。

[問 1] k がすべての実数の値をとって変化するとき、直線 $y = k$ と曲線 $y = |e^x - e^2|$ の共有点の個数はどのように変わるか、調べなさい。

[問 2] 曲線 $y = |e^x - e^2|$ と x 軸、 y 軸、直線 $x = 4$ で囲まれる部分の面積の和を求めなさい。

[問 3] a が $1 \leq a \leq e^4$ の範囲で変化するとき、曲線 $y = |e^x - a|$ と x 軸、 y 軸、直線 $x = 4$ で囲まれる部分の面積の和を $S(a)$ とする。このとき、 $S(a)$ の最大値と最小値を、それぞれ求めなさい。