

ソフトウェア情報学部

数 学 (120分)

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この冊子は、4ページあります。
- 3 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの脱落などがあった場合は、手を挙げて試験監督者に知らせなさい。
- 4 解答は、必ず黒鉛筆(シャープペンシルも可)で記入し、ボールペン・万年筆・定規などを使用してはいけません。
- 5 解答用紙には、氏名及び受験票と同じ受験番号を忘れずに記入しなさい。
- 6 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に、途中の式なども省略せずに記入しなさい。解答用紙の裏面に記入してはいけません。
- 7 問題文で指示がない場合、解答が分数や無理数になったときは、小数として表さず、既約分数や根号($\sqrt{\quad}$)を用いて答えなさい。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

1

以下の問いに答えなさい。

- [問 1] $0 \leq x < 2\pi$ のとき, $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす x をすべて求めなさい。
- [問 2] x についての多項式 $f(x)$ を $x^2 - 3x + 2$ で割った余りが $x + 1$ であり, $x^2 - 2x - 3$ で割った余りが $2x + 3$ である。 $f(x)$ を $x^2 - 5x + 6$ で割ったときの余りを求めなさい。
- [問 3] 二進法で表された $10101.011_{(2)}$ を八進法と十進法で, それぞれ表しなさい。
- [問 4] 正の整数 N を m 進法で表すと $121_{(m)}$, n 進法で表すと $144_{(n)}$ となる。これが成り立つ最小の m を十進法で答えなさい。また, このときの N を十進法で表しなさい。ただし, m と n は正の整数である。
- [問 5] $x > 0$ のとき, $\frac{x+2}{x^2+2x+16}$ の最大値を求めなさい。

2 以下の問いに答えなさい。

[問 1] 1 から 100 までの自然数のうち、3 で割ると 2 余る数の集合を A 、4 で割ると 1 余る数の集合を B とする。次の設問に答えなさい。

(1) $A \cap B$ に属する要素の個数を答えなさい。

(2) $A \cap B$ に属する数の総和を答えなさい。

(3) $A \cup B$ に属する数の総和を答えなさい。

[問 2] 次の式で定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。

$$a_1 = 1$$

$$a_{n+1} = a_n + 2^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

[問 3] 数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が、 $S_n = n^3 + 3n^2 + 5n$ で与えられるとき、 b_n は常に 3 の倍数かつ奇数であることを示しなさい。

3 xy 平面上の放物線 $y = x^2$ 上を $0 < x \leq 3$ の範囲で動く点 P を考える。点 P の座標を (p, p^2) とする。このとき、放物線上の点 P における接線と $y = 0, x = 3$ で囲まれた領域の面積を S とする。以下の問いに答えなさい。

[問 1] 点 P における接線の方程式を p を用いて表しなさい。

[問 2] S を p を用いて表しなさい。

[問 3] S の最大値と、そのときの p の値を、それぞれ答えなさい。

[問 4] 放物線の接線と 2 本の直線 $y = 0, x = 3$ で囲まれた三角形に外接する円の中心の座標を p を用いて表しなさい。

4 次の関数 $f(x)$ について、以下の問いに答えなさい。

$$f(x) = 2xe^{-x}$$

ただし、正の整数 n に対して $\lim_{x \rightarrow \infty} x^n e^{-x} = 0$ であることを用いてよい。

- [問 1] $f(x)$ の第 1 次導関数 $f'(x)$ と第 2 次導関数 $f''(x)$ を、それぞれ求めなさい。
- [問 2] 曲線 $y = f(x)$ の極値および変曲点を、それぞれ求めなさい。
- [問 3] 点 $(0, k)$ から曲線 $y = f(x)$ に異なる 3 本の接線が引けるような k の値の範囲を求めなさい。
- [問 4] 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(-2, -4e^2)$ における接線と、曲線 $y = f(x)$ および y 軸で囲まれた領域の面積を求めなさい。