

ソフトウェア情報学部

数 学 (120分)

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この冊子は、4ページあります。
- 3 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの脱落などがあった場合は、手を挙げて試験監督者に知らせなさい。
- 4 解答は、必ず黒鉛筆(シャープペンシルも可)で記入し、ボールペン・万年筆・定規などを使用してはいけません。
- 5 解答用紙には、氏名及び受験票と同じ受験番号を忘れずに記入しなさい。
- 6 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に、途中の式なども省略せずに記入しなさい。解答用紙の裏面に記入してはいけません。
- 7 問題文で指示がない場合、解答が分数や無理数になったときは、小数として表さず、既約分数や根号( $\sqrt{\quad}$ )を用いて答えなさい。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

1 12 人から 2 人ずつの  $n$  組 ( $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ) を選び出す場合の数を  $a_n$  とする。以下の問いに答えなさい。

[問 1]  $a_1$  と  $a_2$  を、それぞれ求めなさい。

[問 2]  $a_n$  を  $n$  を用いた式で表しなさい。

[問 3]  $\frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$  ( $n = 1, 2, 3, 4, 5$ ) を満たす  $n$  をすべて求めなさい。

[問 4]  $a_n$  を最大にする  $n$  をすべて求めなさい。

2 座標平面上で  $\vec{0}$  でない 2 つのベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  について,  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  が平行でない場合を考える。座標平面上のベクトル  $\vec{p}$  を実数  $s, t$  を用いて  $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}$  と表す。このとき, 以下の問いに答えなさい。

[問 1]  $\vec{a} = (3, 4)$ ,  $\vec{b} = (4, 3)$  とする。このとき, 次の設問に答えなさい。

(1)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  を答えなさい。

(2)  $\vec{p} = (2, 2)$  としたとき,  $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}$  となる実数  $s, t$  を, それぞれ答えなさい。

(3)  $\vec{a} \cdot \vec{p} = 10$ ,  $\vec{b} \cdot \vec{p} = 11$  となるベクトル  $\vec{p}$  を成分で表しなさい。

[問 2]  $\vec{a} \cdot \vec{b} = d$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{p} = e$ ,  $\vec{b} \cdot \vec{p} = f$  とし,  $|\vec{a}| = g$ ,  $|\vec{b}| = h$  とする。このとき, 次の設問に答えなさい。

(1)  $(s\vec{a} + t\vec{b}) \cdot \vec{a}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $e$  を用いずに答えなさい。

(2)  $d = 0$ ,  $e = 2$ ,  $f = -1$ ,  $g = 2$ ,  $h = 1$  のとき,  $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}$  となる実数  $s, t$  を, それぞれ答えなさい。

(3)  $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}$  となる実数  $s, t$  のそれぞれを,  $d, e, f, g, h$  を用いて答えなさい。

3

媒介変数  $\theta$  を用いて,

$$\begin{cases} x = \sqrt{\frac{1}{2}} \cos \theta + \sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta + 1 \\ y = \sqrt{\frac{3}{2}} \cos \theta - \sqrt{\frac{1}{2}} \sin \theta + \sqrt{3} \end{cases} \quad (0 \leq \theta < 2\pi)$$

と表される曲線について、以下の問いに答えなさい。

- [問1]  $(x-1)^2 + (y-\sqrt{3})^2$  の値は  $\theta$  に関係なく一定であることを示しなさい。
- [問2]  $x=0$  となる  $\theta$  の値をすべて求めなさい。
- [問3] 直線  $y=mx$  と点  $(1, \sqrt{3})$  の距離が  $\sqrt{2}$  以下になる実数  $m$  の値の範囲を求めなさい。ただし、 $\theta$  が [問2] の値となるときを除く。

4 原点を  $O$  とする  $xy$  平面上の、次の円  $C_0$  と 2 つの曲線  $C_1, C_2$  について、以下の問いに答えなさい。

$$C_0 : x^2 + y^2 = 4$$

$$C_1 : y = x^2 - 2$$

$$C_2 : y = x^3 - \frac{3}{4}x^2 - x - \frac{1}{4}$$

[問 1]  $C_0$  と  $C_1$  の共有点をすべて答えなさい。

[問 2]  $x > 0$  における  $C_0$  と  $C_1$  の共有点を点  $A$  とするとき、直線  $OA$  の方程式を答えなさい。

[問 3]  $C_1$  と  $C_2$  の共有点をすべて答えなさい。

[問 4] 次の連立不等式の表す領域の面積を答えなさい。

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ y \geq x^2 - 2 \\ y \geq x^3 - \frac{3}{4}x^2 - x - \frac{1}{4} \end{cases}$$