令和7年度
ソフトウェア情報学研究科 博士前期課程
（第2次募集）

筆記試験（数学，専門科目）

注 意 事 項

1. 筆記試験は，数学，専門科目からなります．試験時間は**90**分です．各自が時間配分をして取り組みなさい．
2. この冊子は，**3**ページあります．
3. 数学の解答用紙**2**枚，専門科目の解答用紙**1**枚それぞれに，氏名，受験番号を必ず記入しなさい．
4. 試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい．

1 以下の設問に答えなさい.

※ すべての解答には詳細な導出過程も記すこと.

[設問 1] p, q, r を命題変数とし, $p \wedge q$, $p \vee q$, $\neg p$ はそれぞれ「p かつ q (論理積)」,「p または q (論理和)」,「p でない (否定)」を表すものとする. また真を T, 偽を F で表す. いま, 命題変数 p, q, r について, T が 2 個か 3 個の場合のみ T を出力する論理関数 $f(p,q,r)$ および T が 0 個か 3 個の場合のみ T を出力する論理関数 $g(p,q,r)$ を考える. このとき, 以下の (1) ~ (3) の問いに答えなさい.

(1) $f(p,q,r) = \mathrm{F}$ かつ $g(p,q,r) = \mathrm{T}$ となる場合, p, q, r の取り得る値の組み合わせをすべて答えなさい.

(2) 論理関数 $f(p,q,r)$, $g(p,q,r)$ の真理値表を示しなさい.

(3) 論理関数 $g(p,q,r)$ を, $\wedge$, $\vee$, $\neg$, p, q, r および優先順位を示す括弧 (,) のみを用いた論理式で表しなさい.

[設問 2] 次の $\mathbb{R}^3$ から $\mathbb{R}^3$ への線形写像 f, g について, 以下の (1) ~ (3) の問いに答えなさい.

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x+z \\ y-z \\ -x+y \end{pmatrix}, \qquad g\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+z \\ y+z \\ -x+y \end{pmatrix}$$

(1) f と g が全単射であるか否かを, それぞれ理由とともに答えなさい.

(2) 次の方程式の解全体のつくる空間の次元を答えなさい.

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(3) 次の方程式の解全体のつくる空間の次元を答えなさい.

$$g\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

[設問 3] 以下の (1) ～ (3) の問いに答えなさい．

(1) 関数 $f(x)=e^{2x+3}$ の 3 階導関数 $f^{(3)}(x)$ を求めなさい．

(2) 正の整数 n について，関数 $f(x)=e^{2x+3}$ の n 階導関数 $f^{(n)}(x)$ を推測し，それがすべての n に対して成り立つことを数学的帰納法によって証明しなさい．

(3) 次の広義積分の値を求めなさい．

$$\int_{-1}^{\infty}\frac{1}{(x+2)(x+3)}\,dx$$

[設問 4] 学生総数が 10000 人の S 大学で，無作為に選んだ 400 人の学生のうち 80 人が眼鏡をかけていた．このとき，以下の (1) ～ (3) の問いに答えなさい．ただし，確率の近似計算には，表 1 に示す標準正規分布の上側パーセント点を用いなさい．

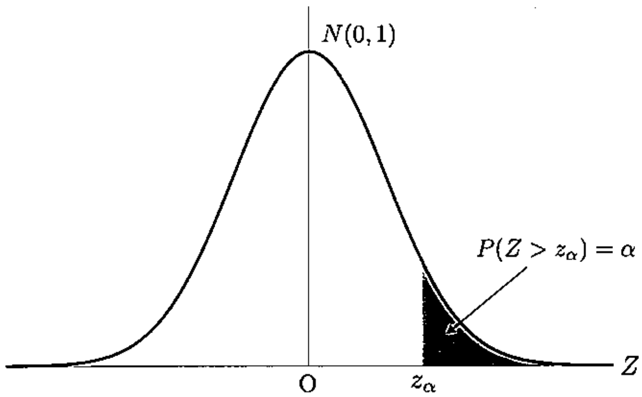

表 1　標準正規分布の上側パーセント点

α	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
z_α	1.28	1.65	1.96	2.33	2.58

(1) S 大学で，眼鏡をかけている学生の比率 p の 95% 信頼区間を求めなさい．

(2) S 大学で，眼鏡をかけている学生数 M の 95% 信頼区間を求めなさい．

(3) S 大学で，眼鏡をかけている学生の比率 p は 10% より大きいと判断してよいかどうかを有意水準 1% で検定しなさい．

2

アルゴリズム A は，整列アルゴリズムを表している．

> アルゴリズム A
>
> **入力：** 大きさ n の互いに異なる正整数の配列 a．
>
> **出力：** 整列された配列 a．
>
> **手続き：** 次の 1) ～ 2) を順次に実行する．
>
> 1) $i = 0 \sim n-2$ に対して次の 1-a)，1-b) を繰り返す．
>
>   1-a) $a[j]$ $(i \leq j \leq n-1)$ の中から最小の要素 $a[k]$ を求める．
>
>   1-b) $i \neq k$ ならば $a[i]$ と $a[k]$ の値を入れ替える．
>
> 2) 配列 a を出力する．

以下の設問に答えなさい．なお，大きさ n の配列 a を次のように表す．

$a =$

0	1	...	$n-2$	$n-1$
$a[0]$	$a[1]$	...	$a[n-2]$	$a[n-1]$

[設問 1] アルゴリズム A に次の配列 a を入力したとき，以下の (1) ～ (3) の問いに答えなさい．

$a =$

0	1	2	3	4	5	6
41	38	22	26	49	53	35

(1) 手続き中 $i = 0$ のとき，処理 1-b) 終了直後の $a[0] \sim a[6]$ の値を，それぞれ答えなさい．

(2) 手続き中 $i = 2$ のとき，処理 1-b) 終了直後の $a[0] \sim a[6]$ の値を，それぞれ答えなさい．

(3) 手続き中 $i = 5$ のとき，処理 1-b) 終了直後の $a[0] \sim a[6]$ の値を，それぞれ答えなさい．

[設問 2] アルゴリズム A の漸近的時間計算量は $O(n^2)$ と見積もることができる．その理由を詳述しなさい．