令和７年度

ソフトウェア情報学研究科 博士前期課程

（第１次募集）

筆記試験（数学，専門科目）

注 意 事 項

1. 筆記試験は，数学，専門科目からなります．試験時間は **90** 分です．各自が時間配分をして取り組みなさい．
2. この冊子は，**4** ページあります．
3. 数学の解答用紙 **2** 枚，専門科目の解答用紙 **1** 枚それぞれに，氏名，受験番号を必ず記入しなさい．
4. 試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい．

$\boxed{1}$ 以下の設問に答えなさい.

※ すべての解答には詳細な導出過程も記すこと.

[設問 1] 点の集合 V, 辺の集合 E からなる無向グラフ G を, $G = (V, E)$ と表す. 以降は, この無向グラフのなかで, 自己ループも多重辺も持たないグラフ, すなわち単純グラフのみを扱うこととする. このとき, E に含まれる辺は, 点の集合の異なる 2 つの要素からなる集合として表される.

$$\text{例：}\quad G = (V, E), \qquad V = \{1, 2, 3, 4\}, \qquad E = \{\{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}\}$$

このグラフの点に対して接合する辺の本数を次数といい, 点 $v \in V$ の次数を $\deg(v)$ と表す. また, 集合 A の要素数を $|A|$ と表す. このとき, 以下の (1)~(3) の問いに答えなさい.

(1) $G = (V, E)$ について,

$$V = \{1, 2, 3, 4\}, \qquad E = \{\{a, b\} \mid a \in V,\ b \in V,\ a + b \leqq 5\}$$

である場合, 辺の総数 $|E|$, および次数 $\deg(1)$, $\deg(2)$, $\deg(3)$, $\deg(4)$ を, それぞれ答えなさい.

(2) $G = (V, E)$ について, i, n を自然数としたとき,

$$V = \{i \mid 1 \leqq i \leqq 2n\} = \{1, 2, 3, \ldots, 2n\}, \qquad E = \{\{a, b\} \mid a \in V,\ b \in V,\ a + b \leqq 2n + 1\}$$

である場合, 辺の総数 $|E|$, および各点の次数の総和 $\displaystyle\sum_{v \in V} \deg(v)$ を, それぞれ n を用いた式で答えなさい.

(3) 一般の $G = (V, E)$ について, 辺の総数 $|E|$ と各点の次数の総和 $\displaystyle\sum_{v \in V} \deg(v)$ の関係式を答えなさい.

[設問 2] 実数の集合を $\mathbb{R}$ とする. 2 次以下の実係数多項式 $p(x)$ 全体の作る線形空間の部分線形空間 W を

$$W = \{p(x) \mid a \in \mathbb{R},\ b \in \mathbb{R},\ c \in \mathbb{R},\ p(x) = ax^2 + bx + c,\ p(1) = 0\}$$

とする. 以下の (1)~(4) の問いに答えなさい. なお, 一般に, 線形空間 V においては, 零元と呼ばれる特別な元 o がただ 1 つ存在して, 任意の $x \in V$ に対して, $x + o = o + x = x$ を満たす. また, 任意の $x \in V$ に対して, x の逆元と呼ばれる特別な元 x' がただ 1 つ存在して, $x + x' = x' + x = o$ を満たす.

(1) a, b, c の満たす関係式を求めなさい.

(2) $p(x) \in W$, $q(x) \in W$ のとき, $p(x) + q(x) \in W$ となることを示しなさい.

(3) W における零元を求めなさい.

(4) W における $p(x) = ax^2 + bx + c$ の逆元を求めなさい.

[設問 3] 次の関数 $f(\alpha,\beta)$ について，以下の (1)~(3) の問いに答えなさい．

$$f(\alpha,\beta)=\int_0^\infty x^{\alpha-1}e^{-\beta x}\,dx \quad (0<\alpha<\infty,\ 0<\beta<\infty)$$

(1) $f(1,2)$ を求めなさい．

(2) 次の等式が成り立つことを証明しなさい．

$$f(\alpha,\beta)=\frac{\alpha-1}{\beta}f(\alpha-1,\beta)$$

(3) $f(7,2)$ を求めなさい．

[設問 4] ある大学 S 学部の入学試験に 1600 人が受験した．合計点が 200 点満点である試験において，その得点分布は近似的に平均 80 点，標準偏差 40 点の正規分布に従う．このとき，以下の問いに答えなさい．ただし，確率の近似計算には，表 1 に示す標準正規分布の上側パーセント点を用いなさい．

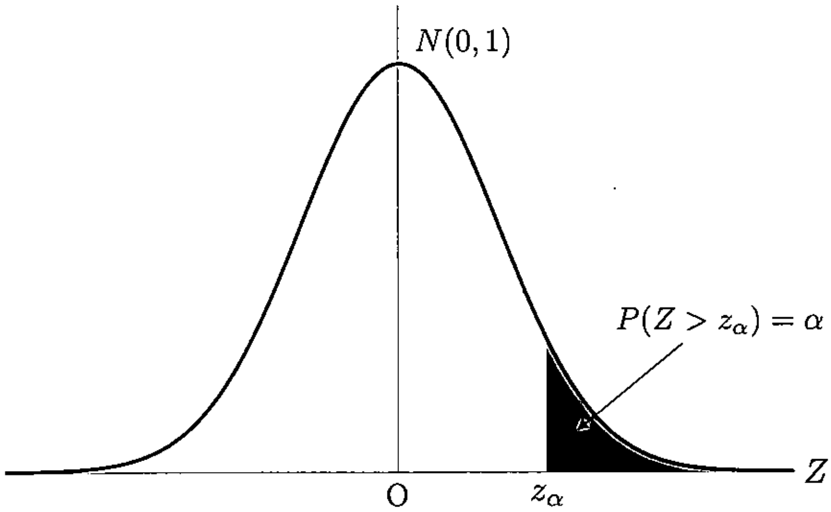

表 1　標準正規分布の上側パーセント点

α	0.1587	0.0668	0.0500	0.0228	0.0062
z_α	1.00	1.50	1.65	2.00	2.50

(1) この入学試験で得点が 140 点より高く，かつ 160 点以下の人数を求めなさい．ただし，人数は小数点以下の数値も示しなさい．

(2) この入学試験では，得点の上位 80 人を合格とする．このとき，何点以上の得点が合格となるかを求めなさい．ただし，得点は小数点以下の数値も示しなさい．

2 以下の設問に答えなさい.

以下のソースコードは，整列アルゴリズムであるバケットソートの一種を C 言語で実装したプログラムの一部である.

```c
#define MAX  9
#define MIN  0

void distsort(int n, int a[], int b[]) {
    int i, x;
    int count[MAX - MIN + 1]

    for(i = 0; i <= MAX - MIN; i++) count[i] = 0;
    for(i = 0; i < n; i++) count[a[i] - MIN]++;
    for(i = 1; i <= MAX - MIN; i++) count[i] += count[i - 1];
    for(i = 0; i < n; i++) {
        x = a[i] - MIN;
        b[--count[x]] = a[i];
    }
}
```

ここで，distsort 関数の各引数は次の目的で使われる.

第 1 引数： 第 2 引数で与える配列の大きさ (要素数) n.

第 2 引数： 入力として与える，各要素が MIN 以上 MAX 以下の，重複を許す整数の配列 a[].

第 3 引数： 整列した結果を格納するための，大きさ n の整数の配列 b[].

この distsort 関数を distsort(10, a, b) として呼び出すことを考える. ここで，第 2 引数の配列 a として，a[] = {8, 3, 7, 3, 4, 3, 1, 8, 1, 4} を与え，第 3 引数の配列 b は，データの範囲外である -1 で各要素を初期化した配列，すなわち，b[] = {-1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1} を与えるとする.

[設問 1] ソースコードの 10 行目を実行し終わったときの配列 count の状態，すなわち，各要素の値を

count[] = $\{c_0, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7, c_8, c_9\}$

の形で答えなさい．

[設問 2] $\mathtt{i} = 0, 1, 2, 3$ の各値で，13 行目の実行が終わった直後の配列 b の状態，すなわち，各要素の値を，それぞれ

i: b[] = $\{b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8, b_9\}$

の形で答えなさい．

[設問 3] ソースコードの 11 行目を次のように変更すると，整列アルゴリズムとして，ある性質を得る．その性質の名称を，理由とともに答えなさい．

```
for(i = n - 1; i >= 0; i--) {
```