

## ソフトウェア情報学部

# 数 学 (120分)

### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この冊子は、4ページあります。
- 3 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの脱落などがあった場合は、手を挙げて試験監督者に知らせなさい。
- 4 解答は、必ず黒鉛筆(シャープペンシルも可)で記入し、ボールペン・万年筆・定規などを使用してはいけません。
- 5 解答用紙には、氏名及び受験票と同じ受験番号を忘れずに記入しなさい。
- 6 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に、途中の式なども省略せずに記入しなさい。解答用紙の裏面に記入してはいけません。
- 7 問題文で指示がない場合、解答が分数や無理数になったときは、小数として表さず、既約分数や根号( $\sqrt{\quad}$ )を用いて答えなさい。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

# 問題訂正

○訂正内容

教科名 数学

頁・問題番号・行 2 ページ 2 [問3]

誤)  $p_{n+1}$  を  $n$  を用いた式で表しなさい。

正)  $Y_n$  が 9 の倍数である確率を  $p_n$  とするとき,  $p_{n+1}$  を  $n$  を用いた式で表しなさい。

1 以下の問いに答えなさい。

[問 1]  $(x-1)^8$  を展開しなさい。

[問 2]  $x^2 - 90x + 2024$  を因数分解しなさい。因数分解できない場合は「因数分解できない」と答えなさい。

[問 3] 方程式  $x^3 - 3x^2 + 3x + 7 = 0$  を解きなさい。

[問 4] 係数がすべて実数である方程式  $2x^3 + ax + b = 0$  の解の 1 つが  $1 + \sqrt{3}i$  であるとき、 $a$ 、 $b$  の値および他の解を求めなさい。

[問 5] 2 つの実数  $a$ 、 $b$  ( $a > 0$ 、 $b > 0$ ) について、次の不等式を証明しなさい。

$$\sqrt{ab} \geq \frac{1}{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)}$$

2 袋の中に0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9と書かれたカードが1枚ずつ計10枚入っている。その袋からカードを無作為に1枚取り出して、書かれた数字を記録してからカードを袋に戻す試行を $n$ 回繰り返す。このとき、記録された数字を順に $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ とする。さらに、整数 $Y_n$ を次のように定める。以下の問いに答えなさい。

$$Y_n = X_1 \cdot 10^{n-1} + X_2 \cdot 10^{n-2} + X_3 \cdot 10^{n-3} + \dots + X_{n-1} \cdot 10 + X_n$$

[問1]  $Y_{n+1}$  を  $Y_n$  と  $X_{n+1}$  を用いて表しなさい。

[問2]  $Y_n$  が9の倍数である確率を  $p_n$  とするとき、 $p_{n+1}$  を  $p_n$  を用いて表しなさい。

[問3]  $p_{n+1}$  を  $n$  を用いた式で表しなさい。

[問4]  $Y_{n+1}$  が9の倍数であるとき、 $Y_n$  が9の倍数となる確率を求めなさい。

3  $\triangle ABC$ , 点  $P$  と実数  $a (a > 0)$  について, 次の式が成り立っている。

$$2\overrightarrow{PA} + a\overrightarrow{PB} + (a+2)\overrightarrow{PC} = \vec{0}$$

直線  $AP$  と直線  $BC$  の交点を  $D$  とし,  $\triangle ABC$  の面積を 1 とするとき, 以下の問いに答えなさい。

[問 1]  $a = 1$  とする。このとき, 次の設問に答えなさい。

(1)  $\overrightarrow{AP}$  を  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  を用いて表しなさい。

(2)  $\overrightarrow{AD}$  を  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  を用いて表しなさい。

(3)  $\triangle ADC$  の面積を求めなさい。

(4)  $\triangle PBC$  の面積を求めなさい。

[問 2]  $\triangle PBC$  の面積が  $\frac{1}{10}$  のとき,  $\triangle ADC$  の面積を求めなさい。

4 実数の定数  $c(c > 0)$  と正の整数  $n$  に対して,

$$a_n = \frac{c}{n!} \int_1^e (\log x)^n dx$$

とするとき, 以下の問いに答えなさい。ただし,  $e$  は自然対数の底である。

[問 1]  $a_1$  の値を求めなさい。

[問 2] 2 以上の  $n$  に対して, 次の等式が成り立つことを証明しなさい。

$$a_{n-1} + a_n = \frac{ce}{n!}$$

[問 3] 実数  $x$  が,  $1 \leq x \leq e$  のとき,  $\log 1 \leq \log x \leq \log e$  となることを利用して, 次の不等式が成り立つことを証明しなさい。

$$0 \leq a_n \leq \frac{c(e-1)}{n!}$$

[問 4] 次の  $S_n$  を  $a_n$  を用いて表し,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  を求めなさい。

$$S_n = \sum_{k=2}^n \frac{(-1)^k}{k!}$$