令和５年度　一般選抜・中期

ソフトウェア情報学部

数　　学 (120分)

注　意　事　項

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　この冊子は，４ページあります。

3　試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明，ページの脱落などがあった場合は，手を挙げて試験監督者に知らせなさい。

4　解答は，必ず**黒鉛筆**(シャープペンシルも可)で記入し，ボールペン・万年筆・定規などを使用してはいけません。

5　**解答用紙には，氏名及び受験票と同じ受験番号を忘れずに記入しなさい。**

6　解答は，必ず**解答用紙の指定された箇所に，途中の式なども省略せずに記入**しなさい。解答用紙の**裏面に記入してはいけません。**

7　問題文で指示がない場合，解答が分数や無理数になったときは，小数として表さず，既約分数や根号($\sqrt{}$)を用いて答えなさい。

8　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

$\boxed{1}$ nを2以上の整数とする。袋の中に12個の玉が入っており，このうちn個が赤玉で残りは白玉である。この袋から2個の玉を同時に取り出し，色を調べてから袋に戻す試行をTとするとき，以下の問いに答えなさい。

[問1] 試行Tを1回だけ行う。次の設問に答えなさい。

(1) $n=4$のとき，取り出した玉が赤玉と白玉1個ずつである確率を求めなさい。

(2) 取り出した玉が2個とも同じ色である確率をnを用いて表しなさい。

[問2] 試行Tを1回だけ行う。取り出した玉が赤玉2個である確率が，赤玉と白玉1個ずつである確率より小さいとき，次の設問に答えなさい。

(1) nの値の範囲を求めなさい。

(2) 取り出した玉が2個とも同じ色である確率の最小値とそのときのnの値，最大値とそのときのnの値をそれぞれ求めなさい。

[問3] 試行Tをm回繰り返す$(m \geqq 2)$。$n=4$のとき，m回のうちk回以上，取り出した玉が2個とも同じ色である確率をP_kとする$(0 \leqq k \leqq m)$。$P_{m-1} \leqq 7P_m$となるmの値の範囲を求めなさい。

$\boxed{2}$ xy 平面上に 3 直線 l_1: $y=0$, l_2: $12x-5y=0$, l_3: $24x+7y-408=0$ がある。l_1 と l_2 の交点を A, l_1 と l_3 の交点を B, l_2 と l_3 の交点を C とするとき，以下の問いに答えなさい。

[問 1] 点 A, B, C の座標をそれぞれ求めなさい。

[問 2] 線分 AB, BC, AC の長さをそれぞれ求めなさい。

[問 3] △ABC とその内接円について，次の設問に答えなさい。なお，内接円の中心を I とし，半径を r とする。

(1) △ABC の面積を求めなさい。

(2) △ABI の面積を r を用いて表しなさい。

(3) r の値を求めなさい。

(4) I の座標を求めなさい。

$\boxed{3}$ 正の整数 n に対して x^n を x^2-2x+1 で割った余りを a_nx+b_n とする。以下の問いに答えなさい。

[問 1] a_1，b_1，a_2，b_2，a_3，b_3 の値をそれぞれ答えなさい。

[問 2] a_{n+1}，b_{n+1} を a_n，b_n を用いた式でそれぞれ答えなさい。

[問 3] 数列 $\{a_n\}$ の一般項を答えなさい。

4 正の整数 n に対して

$$R_n(x) = \frac{1}{1+x} - \left\{1 - x + x^2 - x^3 + \cdots + (-1)^n x^n\right\}$$

とするとき，以下の問いに答えなさい。

[問 1] n を正の整数とし，$0 \leqq x \leqq 1$ とする。このとき，次の不等式を証明しなさい。

$$\frac{x^n}{1+x} \leqq x^n$$

[問 2] 不等式

$$\left|\int_0^1 R_n(x)\,dx\right| \leqq \int_0^1 |R_n(x)|\,dx$$

が成り立つことを利用して，次の不等式を証明しなさい。

$$0 \leqq \left|\int_0^1 R_n(x)\,dx\right| \leqq \frac{1}{n+2}$$

[問 3] 等式

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^1 R_n(x)\,dx = 0$$

が成り立つことを利用して，次の無限級数の和を求めなさい。

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + (-1)^n \frac{1}{n+1} + \cdots$$

[問 4] 不等式

$$\left|\int_0^1 R_n\left(x^2\right)\,dx\right| \leqq \int_0^1 \left|R_n\left(x^2\right)\right| dx$$

が成り立つことを利用して，次の等式を証明しなさい。

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^1 R_n\left(x^2\right)\,dx = 0$$

[問 5] 次の無限級数の和を求めなさい。

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots + (-1)^n \frac{1}{2n+1} + \cdots$$