

ソフトウェア情報学部

数 学 (120分)

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この冊子は、4ページあります。
- 3 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの脱落などがあった場合は、手を挙げて試験監督者に知らせなさい。
- 4 解答は、必ず黒鉛筆(シャープペンシルも可)で記入し、ボールペン・万年筆・定規などを使用してはいけません。
- 5 解答用紙には、氏名及び受験票と同じ受験番号を忘れずに記入しなさい。
- 6 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に、途中の式なども省略せずに記入しなさい。解答用紙の裏面に記入してはいけません。
- 7 問題文で指示がない場合、解答が分数や無理数になったときは、小数として表さず、既約分数や根号($\sqrt{\quad}$)を用いて答えなさい。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

1 以下の問いに答えなさい。

[問1] 方程式 $\log_2 x - \log_x 64 = 1$ を解きなさい。

[問2] 不等式 $\frac{3}{10} < \log_{10} 2 < \frac{4}{13}$ が成り立つことを示しなさい。

[問3] 2^{64} の桁数を求めなさい。

[問4] $\log_{10} 2$ が無理数であることを示しなさい。

2 $\triangle ABC$ において、辺 AB を $a:(1-a)$ に内分する点を D 、辺 BC を $(1-2a):2a$ に内分する点を E とする。ただし、 $0 < a < \frac{1}{2}$ である。また、線分 AE と CD の交点を O とし、 $\overrightarrow{AB} = \vec{p}$ 、 $\overrightarrow{AC} = \vec{q}$ とする。このとき、以下の問いに答えなさい。

[問1] $a = \frac{3}{8}$ とするとき、次の設問に答えなさい。

(1) \overrightarrow{AE} を \vec{p} 、 \vec{q} を用いて表しなさい。

(2) $DO:OC = t:(1-t)$ であるとき、 \overrightarrow{AO} を t 、 \vec{p} 、 \vec{q} を用いて表しなさい。

(3) \overrightarrow{AO} を \vec{p} 、 \vec{q} を用いて表しなさい。

[問2] $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{6}\vec{p} + \frac{2}{9}\vec{q}$ であるとき、 a の値を求めなさい。

3 以下の問いに答えなさい。

[問1] $a = 1046529$, $b = 522753$, a と b の最大公約数を m とする。このとき、次の設問に答えなさい。

- (1) m の値を答えなさい。
- (2) $ax + by = 1$ を満たす整数 x, y の組を考える。このような組が存在する場合には、その組を1つ答えなさい。存在しない場合には、そのことを証明しなさい。
- (3) $ax + by = m$ を満たす整数 x, y の組を1つ答えなさい。
- (4) $ax + by = m$ を満たす整数 x, y の組をすべて答えなさい。

[問2] 2元1次不定方程式 $cx + y = 1$ を考える。このとき、次の設問に答えなさい。

- (1) c を0でない整数とする。このとき $cx + y = 1$ を満たす整数 x, y の組をすべて答えなさい。
- (2) c を0でない有理数とし、 $c = \frac{q}{p}$ と表す。ただし、 p は正の整数、 q は0ではない整数、 p と q は互いに素である。このとき $cx + y = 1$ を満たす整数 x, y の組で $x = 0, y = 1$ 以外の組を考える。このような組が存在する場合には、その組を1つ答えなさい。存在しない場合には、そのことを証明しなさい。

4 $y = \sin x$ で表される曲線 C について、 C 上の点 $P(a, b)$ ($0 < a < \pi$) における接線を l とする。 C と l 、直線 $x = \pi$ で囲まれる部分の面積と、 C と l 、 y 軸で囲まれる部分の面積の和を $S(a)$ とするとき、以下の問いに答えなさい。

[問1] $a = \frac{\pi}{4}$ のとき、次の設問に答えなさい。

(1) l の方程式を求めなさい。

(2) $S\left(\frac{\pi}{4}\right)$ の値を求めなさい。

[問2] $S(a)$ の最小値と、そのときの a の値を求めなさい。