

## ソフトウェア情報学部

# 数 学 (120分)

### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この冊子は、4ページあります。
- 3 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの脱落などがあった場合は、手を挙げて試験監督者に知らせなさい。
- 4 解答は、必ず黒鉛筆(シャープペンシルも可)で記入し、ボールペン・万年筆・定規などを使用してはいけません。
- 5 解答用紙には、氏名及び受験票と同じ受験番号を忘れずに記入しなさい。
- 6 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に、途中の式なども省略せずに記入しなさい。解答用紙の裏面に記入してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

1  $xy$  平面上に中心  $(-3, -2)$ , 半径  $\sqrt{3}$  の円  $C$  と, 直線  $l: y = tx + 1$  がある。  $t$  は実数とする。  $C$  と  $l$  が異なる 2 点  $A, B$  で交わっており,  $A, B$  の  $x$  座標をそれぞれ  $a, b$  ( $a < b$ ) とするとき, 以下の問いに答えなさい。

[問 1]  $t = \sqrt{2}$  であるとき,  $C$  の中心と  $l$  の距離を求めなさい。

[問 2]  $t$  のとり得る値の範囲を求めなさい。

[問 3] 弦  $AB$  の長さが最大となる  $t$  の値を求めなさい。

[問 4]  $a, b$  を  $t$  を用いてそれぞれ表しなさい。

[問 5] 弦  $AB$  の長さが 2 となる  $t$  の値を求めなさい。

2

当たりくじ 1 本を含む 10 本のくじがある。このくじを 1 本引いて、当たりくじであるかを確認した後、元に戻す試行を T とする。このとき、以下の問いに答えなさい。

[問 1] 試行 T を 5 回繰り返したとき、当たりくじを引いた回数がちょうど 2 回である確率を求めなさい。

[問 2] 当たりくじを 3 回引くまで試行 T を繰り返すとき、ちょうど  $n$  回目で終わる確率を  $p_n$  とする。ただし、 $n \geq 3$  とする。次の設問に答えなさい。

- (1)  $p_n$  を  $n$  を用いて表しなさい。
- (2)  $\frac{p_{n+1}}{p_n}$  を  $n$  を用いて表しなさい。
- (3)  $p_n$  が最大となる  $n$  をすべて求めなさい。

3

$xy$  平面において、原点を  $A_0$  とし、 $y$  軸上の  $y > 0$  の部分に、原点から近い順に点  $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$  がある。また、曲線  $y = \frac{1}{2}x^2$  上の  $x > 0$  の部分に点  $B_1, B_2, \dots, B_n, \dots$  がある。 $n = 1, 2, \dots$  に対して、 $\triangle A_{n-1}A_nB_n$  が正三角形となるとき、以下の問いに答えなさい。

[問 1] 直線  $A_0B_1$  の方程式を答えなさい。

[問 2]  $B_1$  の座標を答えなさい。

[問 3]  $A_1$  の座標を答えなさい。

[問 4]  $B_2$  の座標を答えなさい。

[問 5]  $A_n$  の座標が  $\left(0, \frac{2n(n+1)}{3}\right)$  となることを数学的帰納法により証明しなさい。

4 次の方程式で表される曲線  $C_1$ ,  $C_2$  について考える。

$$C_1 : y = x^3 + 3x^2 + x - 4$$

$$C_2 : y = \cos^2 x \quad (0 \leq x \leq \pi)$$

$C_1$  の接線で原点を通るものを  $l_1$  とし,  $C_2$  の接線で  $l_1$  と直交するものを  $l_2$  とする。このとき, 以下の問いに答えなさい。

[問 1]  $l_1$  の方程式を求めなさい。

[問 2]  $l_2$  の方程式を求めなさい。

[問 3]  $C_2$ ,  $x$  軸および  $y$  軸で囲まれた図形の面積を求めなさい。

[問 4]  $C_2$  と  $l_2$  の接点を通り,  $x$  軸と平行な直線を  $l_3$  とする。 $C_2$ ,  $x$  軸,  $y$  軸および  $l_3$  で囲まれた図形の面積を求めなさい。