

平成 31 年度 一般入試・後期

## ソフトウェア情報学部

# 数 学 (120 分)

### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この冊子は、4 ページあります。
- 3 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの脱落などがあった場合は、手を挙げて試験監督者に知らせなさい。
- 4 解答は、必ず黒鉛筆(シャープペンシルも可)で記入し、ボールペン・万年筆・定規などを使用してはいけません。
- 5 解答用紙には、氏名及び受験票と同じ受験番号を忘れずに記入しなさい。
- 6 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に、途中の式等も省略せずに記入しなさい。解答用紙の裏面に記入してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

1

以下の問いに答えなさい。

[問 1]  $a + b + c = 2$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 2$ ,  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$  であるとき, 次の設問に答えなさい。

(a)  $ab + bc + ca$  の値を求めなさい。

(b)  $abc$  の値を求めなさい。

(c)  $a^4 + b^4 + c^4$  の値を求めなさい。

[問 2] 方程式  $(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) - 3 = 0$  を解きなさい。

[問 3]  $n$  を正の整数とするととき,  $2 \cdot 4^{n-1} + 9 \cdot 81^{n-1}$  が 11 の倍数であることを証明しなさい。

2  $\triangle OAB$  について、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$  とおき、辺  $OA$ 、 $OB$  の中点をそれぞれ  $M$ 、 $N$  とし、線分  $AN$  と  $BM$  の交点を  $P$  とする。また、点  $Q$ 、 $R$  はそれぞれ辺  $OA$ 、 $OB$  上にあり、 $\overrightarrow{OQ} = t\vec{a}$  ( $\frac{1}{2} \leq t \leq 1$ ) とする。点  $Q$ 、 $P$ 、 $R$  が同一直線上にあるとき、以下の問いに答えなさい。

[問 1]  $\overrightarrow{OP}$  を  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  を用いて表しなさい。

[問 2]  $\overrightarrow{OR}$  を  $t$  と  $\vec{b}$  を用いて表しなさい。

[問 3]  $\triangle OAB$  の面積を 1 とするとき、次の設問に答えなさい。

(a)  $\triangle OQR$  の面積を  $t$  を用いて表しなさい。

(b)  $\triangle OQR$  の面積の最大値、最小値とそのときの  $t$  の値をそれぞれ求めなさい。

3 サイコロを振って出た目に応じ、次の規則に従って A, B, C の各点にコインを積んでいく。

- 1が出たら点 A にコインを 1 枚積む。
- 2が出たら点 B にコインを 1 枚積む。
- 3が出たら点 C にコインを 1 枚積む。
- 4, 5, 6 のいずれかが出たら何もしない。

このとき、以下の問いに答えなさい。なお、各問いにおいては、各点にコインが 1 枚も積まれていない状態からサイコロを振り始めることとする。

- [問 1] サイコロを  $n$  回振ったとき、点 B と点 C のいずれにもコインが積まれていない確率を答えなさい。
- [問 2] サイコロを  $n$  回振ったとき、1 枚以上のコインが積まっている点が A だけである確率を答えなさい。
- [問 3] サイコロを  $n$  回振ったとき、1 枚以上のコインが積まっている点が A と B のちょうど 2 個である確率を答えなさい。ただし、 $n \geq 2$  とする。
- [問 4] サイコロをちょうど  $n$  回振ったとき、1 枚以上のコインが積まっている点が初めて 3 個になる確率を答えなさい。ただし、 $n \geq 3$  とする。

4 次の2つの定積分  $I_n, J_n$  について、以下の問いに答えなさい。ただし、 $n$  は正の整数とする。

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{\cos x + n \sin x} dx$$

$$J_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos x + n \sin x} dx$$

[問 1]  $n = 1$  のとき、すなわち  $I_1, J_1$  について、次の設問に答えなさい。

- (a)  $I_1 + J_1$  の値を求めなさい。
- (b)  $I_1 - J_1$  の値を求めなさい。
- (c)  $I_1, J_1$  の値をそれぞれ求めなさい。

[問 2]  $I_n, J_n$  の値を、積分記号を用いずに、 $n$  を用いて、それぞれ表しなさい。